Arkusz 3.

Klucz odpowiedzi do zadań zamkniętych

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Odpowiedź	AD	C	PF	C	PF	PF	D	PF	A	B	AD	C	NB	E	D

1 punkt – wskazanie poprawnej odpowiedzi
0 punktów – odpowiedź niepoprawna lub brak odpowiedzi

Przykładowe rozwiązania zadań zamkniętych

Zadanie 1. (0–1)

Ostatnim działaniem, jakie trzeba wykonać, jest dodawanie, chodzi więc o sumę: $x^2 + 4$.
Iloraz liczb k i p to $\frac{k}{p}$, a połowa to wyrażenie: $\frac{k}{2p}$.
Poprawna odpowiedź: AD.

Zadanie 2. (0–1)

A. 1416 w systemie rzymskim: MCDXVI
B. 1511 w systemie rzymskim: MDXI
C. 1591 w systemie rzymskim: **MDXCI**
D. 1626 w systemie rzymskim: MDCXXVI
Poprawna odpowiedź: C.

Zadanie 3. (0–1)

$\sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} = 3 \cdot \sqrt{7} \approx 3 \cdot 2{,}646$ Pierwsze zdanie jest prawdziwe.
$\sqrt{700} = \sqrt{7 \cdot 100} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{100} = 10 \cdot \sqrt{7} \approx 2{,}646 \cdot 10 = 26{,}46$ Drugie zdanie jest fałszywe.
Poprawna odpowiedź: PF.

Zadanie 4. (0–1)

$9^6 = 3^6 \cdot 3^6 = 3^{12}$
Trzecia część tej liczby jest równa 3^{11}.
Poprawna odpowiedź: C.

Zadanie 5. (0–1)

Przekształcimy równanie określające związek liczb x i y.
$\frac{x}{3} = \frac{36}{y} \quad |\cdot 3$
$x = \frac{3 \cdot 36}{y} \quad |\cdot y$
$xy = 108$
Pierwsze zdanie jest prawdziwe.
Z podanych informacji nie możemy wywnioskować, która z liczb jest większa.
Drugie zdanie jest fałszywe.
Poprawna odpowiedź: PF.

Zadanie 6. (0–1)

Środkiem odcinka AB jest punkt $S = \left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{-1+1}{2}\right) = (1,\ 0)$.

Środkiem odcinka KL jest punkt $R = \left(\frac{5+(-3)}{2},\ \frac{-5+5}{2}\right) = (1,\ 0)$.

$S = R$

Pierwsze zdanie jest prawdziwe.

$|AK| = \sqrt{\left(5-(-2)\right)^2 + \left(-5-(-1)\right)^2} = \sqrt{7^2+4^2} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$

$|BL| = \sqrt{\left((-3)-4\right)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{7^2+4^2} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$

$|AK| = |BL|$

Drugie zdanie jest fałszywe.

Poprawna odpowiedź: PF.

Zadanie 7. (0–1)

$\frac{2134}{9999} = 0{,}2134213421342\ ...$

To ułamek okresowy o okresie długości 4.

$\frac{2134}{9999} = 0,(2134)$

Na miejscach, których numery są podzielne przez 4, czyli 4., 8., 12., 16., ... stoi cyfra 4.

Poprawna odpowiedź: D.

Zadanie 8. (0–1)

Suma miar kątów trójkąta jest równa 180°, więc trójkąt I ma kąty o miarach 30°, 60°, 90°, a trójkąt II kąty o miarach 45°, 45° i 90°. Kąt trójkąta I w wierzchołku stykającym się z trójkątem II ma miarę 30° (bo jest najmniejszy z kątów tego trójkąta).

Kąt α jest dopełnieniem kąta ostrego trójkąta II do kąta półpełnego.

$|\alpha| = 180° - 45° = 135°$

Kąt β jest dopełnieniem sumy kątów 30° i 90° do kąta pełnego.

$|\beta| = 360° - (30° + 90°) = 360° - 120° = 240°$

Poprawna odpowiedź: PF.

Zadanie 9. (0–1)

Ola miała y zł, chciała kupić siedem batonów po x zł. Na te zakupy powinna mieć $7x$. Zabrakło jej 0,40 zł, potrzebna kwota była zatem większa niż miała Ola: (y + 0,40) zł. Tej sytuacji odpowiada równość A.

Poprawna odpowiedź: A.

Zadanie 10. (0–1)

Przed Martą wylosowano osiem losów, w tym dwa wygrywające. Wobec tego do losowania zostały 50 – 8 = 42 losy. Z 16 losów wygrywających ubyły dwa losy. Wygrywających losów zostało 14 wśród 42.

Prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego jest równe $\frac{14}{42} = \frac{1}{3}$.

Poprawna odpowiedź: B.

Zadanie 11. (0–1)

1800 : 750 = 2,4	– cena jednego kilograma jabłek (w złotych)
600 · 2,4 = 1440	– łączna wartość 600 kilogramów jabłek (w złotych)
5250 : 1500 = 3,5	– cena jednego kilograma gruszek (w złotych)
3,5 – 2,4 = 1,1	– różnica cen jabłek i gruszek (w złotych)

Kilogram jabłek jest tańszy o 1,10 zł od kilograma gruszek.

Poprawna odpowiedź: AD.

Zadanie 12. (0–1)

Przeciwprostokątna ma długość 8 cm, jedna z przyprostokątnych – 4 cm. Długość drugiej przyprostokątnej znajdziemy, stosując twierdzenie Pitagorasa.

$\sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ [cm]

Pole trójkąta:

$\frac{4\sqrt{3} \cdot 4}{2} = 8\sqrt{3}$ [cm^2]

Poprawna odpowiedź: C.

Zadanie 13. (0–1)

Odległość między równoległymi prostymi a i b jest stała i jest równa wysokościom trójkątów ABC i DEF prostopadłym do tych prostych, czyli opuszczonym odpowiednio na bok AB i na przedłużenie boku FE.

Poprawna odpowiedź: NB.

Zadanie 14. (0–1)

W figurach będących elementami obu wzorów najkrótszy poziomy bok ma długość 5 cm. Odcinek x składa się z trzech odcinków długości 5 cm i jednego 25 cm. Odcinek x ma długość (15 + 25) cm.

Poprawna odpowiedź: E.

Zadanie 15. (0–1)

Sposób I

A. Trzech uczestników wycieczki (łącznie z Pawłem). Dwóch kolegów dostaje $2 \cdot \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$ batona, dla Pawła zostaje $\frac{1}{2}$.

B. Czterech uczestników wycieczki. Trzech kolegów dostaje $3 \cdot \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$ batona, dla Pawła zostaje $\frac{3}{4}$.

C. Pięciu uczestników wycieczki. Czterech kolegów dostaje $4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ batony, dla Pawła zostaje 1 baton lub nie zostaje żaden.

D. Sześciu uczestników wycieczki. Pięciu kolegów dostaje $5 \cdot \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$ batona, **dla Pawła zostaje $\frac{1}{4}$**.

E. Siedmiu uczestników wycieczki. Sześciu kolegów dostaje $6 \cdot \frac{3}{4} = 4\frac{1}{2}$ batona, dla Pawła zostaje $\frac{1}{2}$.

Sposób II

Jeżeli przez k oznaczymy liczbę batonów, a przez n – liczbę przyjaciół Pawła, to $k = \frac{3n+1}{4}$, czyli $4k = 3n + 1$.

Z lewej strony równości jest wielokrotność 4, a z prawej – liczba, która przy dzieleniu przez trzy daje resztę 1.

Rozpatrzmy kolejne wielokrotności 4:

$4 = 3 + 1$ – dobrze, dwóch uczestników wycieczki

$8 = 3 \cdot 2 + 2$ – źle

$12 = 3 \cdot 4 + 0$ – źle

$16 = 3 \cdot 5 + 1$ – dobrze, sześciu uczestników wycieczki

$20 = 3 \cdot 6 + 2$ ...

Po sprawdzeniu liczby batonów ustalamy, że uczestników wycieczki było sześciu.

Poprawna odpowiedź: D.

Przykładowe rozwiązania zadań otwartych i schemat punktowania

Numer zadania	Przykładowe sposoby rozwiązania zadań	Liczba punktów	Zasady przyznawania punktów
16.	$\sqrt[3]{64} = 4$ [cm] – długość krawędzi sześcianu $4 : 2 = 2$ [cm] – wysokość ostrosłupa równa połowie długości krawędzi sześcianu **Odpowiedź:** Wysokość ostrosłupa jest równa 2 cm.	**(0–2)**	**2 punkty** wyznaczenie wysokości ostrosłupa **1 punkt** poprawny sposób wyznaczenia wysokości ostrosłupa, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** wyznaczenie długości krawędzi sześcianu **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
17.	Odcinki *OK* i *OP* są promieniami okręgu, więc mają taką samą długość. Trójkąt *POK* jest więc równoramienny. Kąty przy podstawie trójkąta równoramiennego mają równe miary, wobec tego $\lvert\sphericalangle OPK\rvert = \lvert\sphericalangle OKP\rvert = 60°$. Korzystając z twierdzenia o sumie miar kątów trójkąta, możemy wyznaczyć miarę kąta *POK*. $\lvert\sphericalangle POK\rvert = 180° - 2 \cdot 60° = 60°$ Trójkąt, którego wszystkie kąty mają miarę 60º, jest trójkątem równobocznym.	**(0–2)**	**2 punkty** przedstawienie pełnego uzasadnienia **1 punkt** wyznaczenie miary kąta *OPK* **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
18.	**Sposób I** x – długość pierwszej części sznurka (w metrach) $x + 3$ – długość drugiej części sznurka (w metrach) $2(x + 3)$ – długość trzeciej części sznurka (w metrach) $x + (x + 3) + 2(x + 3) = 17$ $4x + 9 = 17$ $x = 2$ [m] $x + 3 = 5$ [m] $2(x + 3) = 10$ [m] **Sposób II** x – długość trzeciej części sznurka (w metrach) $\frac{1}{2}x$ – długość drugiej części sznurka (w metrach) $\frac{1}{2}x - 3$ – długość pierwszej części sznurka (w metrach) $x + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x - 3\right) = 17$ $2x - 3 = 17$	**(0–2)**	**2 punkty** obliczenie długości wszystkich części sznurka **1 punkt** poprawny sposób obliczenia długości wszystkich części sznurka, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** zapisanie równania z jedną niewiadomą odpowiadającą długości jednej z części sznurka **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

	$x = 10$ [m] $\frac{1}{2}x = 5$ [m] $\frac{1}{2}x - 3 = 2$ [m] **Odpowiedź:** Długości poszczególnych części sznurka były równe: pierwsza – 2 m, druga – 5 m, trzecia – 10 m.		
19.	$30 : 3 = 10$ [cm] – długość boku trójkąta *ABC* i długość podstawy *KL* $75\% \cdot 10 = 0{,}75 \cdot 10 = 7{,}5$ [cm] – długość ramion *KM* i *LM* $Obw_{KLM} = 10 + 2 \cdot 7{,}5 = 25$ [cm] **Odpowiedź:** Obwód trójkąta *KLM* jest równy 25 cm. Pola i obwody figur w zadaniach **zob.** *Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka. Repetytorium*, s. 104	**(0–3)**	**3 punkty** wyznaczenie obwodu trójkąta **2 punkty** poprawny sposób wyznaczenia obwodu trójkąta, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** obliczenie długości ramion **1 punkt** poprawny sposób obliczenia długości ramion **lub** obliczenie długości podstawy **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
20.	**Sposób I** $20 \cdot 14 = 280$ [zł] – koszt 20 biletów jednorazowych $180 + 5 \cdot 14 = 250$ [zł] – łączny koszt karnetu oraz 5 biletów jednorazowych $280 - 250 = 30$ [zł] – zaoszczędzona kwota $30 : 14 = 2\frac{1}{7}$ **Sposób II** $180 : 15 = 12$ [zł] – koszt pływania przez 60 min dla posiadacza karnetu $14 - 12 = 2$ [zł] – kwota zaoszczędzona w ciągu 60 min $15 \cdot 2 = 30$ [zł] – kwota zaoszczędzona w ciągu 15 × 60 min korzystania z pływalni 30 zł – 14 zł = 16 zł 16 zł – 14 zł = 2 zł **Odpowiedź:** Bartek będzie mógł kupić dwa dodatkowe bilety jednorazowe. Zadania tekstowe **zob.** *Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka. Repetytorium*, s. 79	**(0–3)**	**3 punkty** obliczenie, ile dodatkowych biletów jednorazowych będzie mógł kupić Bartek **2 punkty** poprawny sposób obliczenia, ile dodatkowych biletów jednorazowych będzie mógł kupić Bartek, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** obliczenie kwoty zaoszczędzonej przez Bartka **1 punkt** poprawny sposób obliczenia kwoty zaoszczędzonej przez Bartka **lub** obliczenie kosztów w obu wersjach (**sposób I**) **lub** obliczenie kwoty zaoszczędzonej w ciągu 60

			min przez posiadacza karnetu (**sposób II**) **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
21.	$Obw_{\Delta} = 3 \cdot 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ $Obw_{\square} = 12\sqrt{3} : 2 = 6\sqrt{3}$ $4a = 6\sqrt{3}$ $a = 1{,}5\sqrt{3}$ $P_{\square} = a^2 = \left(1{,}5\sqrt{3}\right)^2 = 6{,}75$ **Odpowiedź:** Pole kwadratu jest równe 6,75.	**(0–3)**	**3 punkty** wyznaczenie pola kwadratu **2 punkty** poprawny sposób wyznaczenia pola kwadratu, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** wyznaczenie długości boku kwadratu **1 punkt** poprawny sposób wyznaczenia długości boku kwadratu **lub** wyznaczenie obwodu kwadratu **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania